1 этап. Разработка физической и математической модели.

Данные:

• Длина ракеты: ~ 42 м

• Стартовая масса: ~ 482 т

• Масса полезного груза: ~ 4,5 т

• Стартовая масса топлива: ~ 450 т

• Расход топлива первой ступени: ~ 230 кг/с

• Расход топлива второй ступени: ~ 175 кг/с

• Время работы первой ступени: ~ 180 секунд

• Время работы второй ступени: ~ 420 секунд

• Диаметр ракеты: ~ 3.1 м

• Тяга: ~ 1300 кН

Глобальные константы:

G = 6.6 \* 10−11

R = 6400 км

U = 4100 м/c

М = 5.9 \* 1024 кг

ρ0 = 1.225 кг/м3

Пусть изменение массы космического аппарата со временем: m = m。- ղt, где m。- начальная масса, ղ - расход топлива. Рассмотрим второй закон Ньютона. ma = Fтяги - Fгр - Fсопр, где Fгр = ,

Fсопр = 0,5cSρсредыV2 (1) S = 𝜋𝑑2/4 - площадь поперечного сечения ракеты с - табличное значение (～0.45)

Изменение высоты (высоту атмосферы) считаем от 0 до 150 км. Сила тяги меняется в зависимости от высоты и от этапа полета. Предположим, что сила тяги меняется по линейному закону.

Fтяги = −𝑈 (2)

Где U - скорость истечения газов из сопла двигателя, η - расход топлива.

В графике мы увидим, что сила тяги уменьшается, происходит это из-за уменьшения общей массы ракеты. Проецируем второй закон Ньютона на вертикальную ось и подставив формулы получим: = −𝑈 − − 0,5𝑐𝑆𝜌𝑉2 (3)

Также с течением времени меняется скорость от высоты: = 𝑣(𝑡) (по определению скорости) Относительно высоты также меняется плотность среды

ρ = 𝜌0𝑒−𝛽ℎ (4)

где β = 1,29 \* 10-4, а ρ0 - плотность среды около поверхности Земли С учетом того, что ракета летит под определенным углом к горизонту, этот угол 𝛼 будет меняться с течением времени также по линейному закону.

α = 𝜋2 − 𝛾𝑡 (5)

где 𝛾 - угол между вертикальной осью и кораблем

𝛽 = const

Объединив все уравнения получаем систему:

= −𝑈 − − 0,5𝑐𝑆𝜌𝑉2 (6)

m = m。- ղt

Fтяги = −𝑈

ρ = 𝜌0𝑒−𝛽ℎ

α = 𝜋2 – 𝛾𝑡

Проецируя на оси Ох и Оу получим:

= −𝑈 𝑐𝑜𝑠α − 0,5𝑐𝑆𝜌𝑉2 𝑐𝑜𝑠α

= −𝑈 sinα − − 0,5𝑐𝑆𝜌𝑉2sinα

m = m。- ղt

ρ = 𝜌0𝑒−𝛽ℎ

α = 𝜋2 – 𝛾𝑡

Данная система описывает взлет ракеты с поверхности Земли. В ней учитывается сила сопротивления, однако в дальнейшей работе придется прибегнуть к ее пренебрежению, из-за чего на начальных этапах показатели модели будут отличаться от реальности, однако со временем, из-за уменьшения силы сопротивления, значения модели будут приближены к реальности. Это происходит, так как сопротивление исчезает в определенный момент времени, а мы пренебрегаем его с самого начала

Гомановский перелёт:

Допустим после взлета через определенное время мы оказались на геопереходной орбите и нам нужно попасть на орбиту Марса. Сделаем это с помощью Гомановского перехода.

Для этого нужно узнать орбитальную скорость тела.

𝑣 = , 𝜇 - гравитационный параметр, r - расстояние между телами, а - большая полуось

Так как орбита круговая, то формула примет вид:

𝑣 =

Тогда приращение скоростей можно выразить следующим образом:

ΔVA = ( - 1)

ΔVB = (- + 1)

Суммарное изменение скорости будет равно ΔVS = ΔVA + ΔVB

Δm = (1 – e-Vs/l) m0, где l - удельная тяга ракеты.

Эксцентриситет орбиты перехода: e =

Время, за которое совершается переход, равно половине периода Гомановской орбиты.

t = 𝜋 , где a =

Для гомановского перелета угловая дальность равна 180ο Угол начальной конфигурации определяется по формуле 𝛾 = 180𝑜 − 𝑎 где a – дуга, которую проходит ракета за время перелета.

a = 𝜔𝑡, где 𝜔 - угловая скорость.

Начальная конфигурация наступает за определенное время до того, как либо внутренняя планета догонит Землю и окажется на нижней линии соединения, либо Земля догонит внешнюю планету и окажется на линии верхнего соединения.

Посадка на Марс

Садится на поверхность Марса будем при помощи торможения, то есть придачи скорости в противоположном направлении движению ракеты. Пусть V0 - скорость на круговой орбите Марса, тогда V1 - скорость в афелии траектории снижения, V2 - скорость в перигелии траектории снижения (будем считать, что аппарат еще не совершил посадку). Δ𝑣 = 𝑣0−𝑣1 - искомая скорость, которую нужно придать ракете для торможения.

По Закону Сохранения Энергии:

=

V1 =

Так как движение выполняется по круговой орбите, то используем формулу центростремительного ускорения

a =

По второму закону Ньютона выразим V0

В конечном итоге получаем формулу

Мы получили скорость, придав которую в направлении, обратном движению,

мы будем снижаться для посадки на Марc